

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι εξισώσεις

$$(x+y-1)(x+y+1) = 2xy \quad (1) \text{ και } (\lambda-1)x+(2\lambda+3)y+2\lambda-5=0 \quad (2) \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο  $C$  με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα  $\rho=1$ .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι, για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση (2) παριστάνει ευθεία. Κατόπιν να αποδείξετε ότι οι ευθείες που προκύπτουν από την (2) για τις διάφορες τιμές του  $\lambda$  διέρχονται από το ίδιο σημείο, το οποίο να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 10)

γ) Έστω  $A$  και  $B$  τα σημεία τομής του κύκλου  $C$  με τους θετικούς ημιάξονες  $Ox$  και  $Oy$  αντίστοιχα. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda$ , ώστε η ευθεία  $AB$  να προκύπτει από την εξίσωση (2).

(Μονάδες 7)